

# 正交網格網路之不連續線段的重複路徑研究

崔世選<sup>1\*</sup> 黃俊平<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>國立虎尾科技大學工業工程與管理研究所(632 雲林縣虎尾鎮文化路 64 號)

<sup>\*</sup>[sam780111@hotmail.com](mailto:sam780111@hotmail.com)

## 摘要

本文提出一個在正交系統中以最少重覆路徑的方式來搜尋最短路徑，此模式主要是以不連續線段為主，不連續線段為必經之路徑，利用線段中的可行路徑節點來判別此路徑是否需要重複，再用所建構的演算法來搜尋路徑，以此模式來找出正交系統中不連續線段的最短路徑。

**關鍵字:**最短路徑、警察路徑、車輛途程問題。

## 1. 簡介

隨著科技的蓬勃發展，路徑問題一直是許多問題的因素之一，雖然相關研究盛多，基礎的路徑研究，大多是用演算法求解再配合線段修正來減少總路徑長及重複線段，但卻忽略了以重複路徑為基礎來解決問題，目前以重覆路徑來研究的問題，小則為精密的微型積體電路焊接加工路徑，大則為警察路徑，車輛途程等問題，隨著路徑範圍擴大，過多的重覆路徑或不必要的路徑，都將影響到總路徑長及時間的浪費，因此如何有效的減短重複路徑將是路徑問題的另一挑戰。

本文所要探討的問題與一般警察路徑有所不同，差別在於必行路徑為不連續線段及線段中設有出入節點，而一般相關研究路徑問題的線段皆為連續型線段。

本文將提出一套演算法用來搜尋最短路徑，以減少一般道路及交疊路徑會面臨的路徑問題，演算法分為以下幾個步驟(1)確認路徑 (2)建立交集點 (3)建立可行路徑 (4)路徑符合直角正交限制 (5)以最小重複路徑來建構最佳路徑。

## 2. 相關研究

以重複路徑為基礎的研究常用於警察巡邏路徑問題、車輛途程規劃問題及中國郵差問題等，上述問題在路線規劃上常遇到路徑的限制，造成路徑不能行走，須重新搜尋新路徑，使得路徑間必須重覆行走才能完成路徑。我們將針對路徑問題相關研究來做一個探討，將介紹警察巡邏及車輛途程相關研究，分為五部分，『警察巡邏問題介紹』、『警察巡邏勤務』、『警察巡邏方式』、『車輛途程問題』、『車輛途程問題』的各種求解方法。

### 2.1 警察巡邏問題介紹

郭文川 (2001)說明現在的巡邏路線規劃，以「巡邏箱為導向」的方式，結合旅行銷售員問題(Traveling Salesman Problem, TSP)作為探討，以最短路徑為其路徑規劃，考慮成本及時間，使巡邏員警在工作時段內能完成巡邏箱簽到任務，而其他時間則對特定地點做加強巡邏任務。

#### 2.1.1 警察巡邏勤務

許聖臣 (1981)警察勤務書裡提到，巡邏者為警察服情人員在轄區內之固定區域或特定路線上，以定時或不定時來巡視及巡察各種治安狀況，其能機動立即反應並支援緊急臨時事故，以確切執行檢察、盤

檢及取締等警察工作，用以彰顯警察嚇阻罪犯之勤務活動。

### 2.1.2 警察巡邏方式

尤國楨 (2002)警察巡邏管理制度之研究員警的巡邏方式做區分，並針對其優缺點做分析，探討巡邏方式的差異性，其巡邏方式分為定線巡邏、不定線巡邏、要點巡邏、區域巡邏。

#### (1) 定線巡邏:

定線巡邏為巡邏人員依定時及不定時，遵循指定的巡邏路線來巡察，「定時」為員警依正常值勤表來值勤，「不定時」為特殊情況或特殊機構須調派員警值勤巡邏。優點為可督促巡邏員警，防止投機取巧，可避免不願意行經之道路及住所，搭配不定時巡邏，可使歹徒難以預測時間，以達到犯罪率降低，缺點為巡邏路線固定，但無法達到區域的完全巡視，巡邏時間固定，容易造成歹徒利用空檔犯罪。

#### (2) 不定線巡邏:

不定線巡邏為巡邏人員依定時及不定時，依派出所分配的責任區域，由主管規劃指定範圍，但不指定路線，由勤務人員自行選定區域及路線來巡察。優點為路線時間都不固定，使歹徒無法查尋巡邏時間，路線較為靈活，可以達到區域的完全巡視，缺點為容易投機取巧，若遇到不良道路、偏僻的地區等，會影響巡邏員警不願值勤及改道，導致犯罪率增加。

#### (3) 要點巡邏:

要點巡邏為警察情務機構或主管，規劃犯罪率較高之區域及地點或治安重點場所等，列為巡邏點，巡邏員警自行選擇巡邏路線，但必須對各巡邏點執行巡邏勤務。

#### (3) 區域巡邏:

區域巡邏為主管人員對轄區規劃若干小巡邏區域，巡邏員警以亂線巡邏路線的方式執行勤務。優點為容易使犯罪者不及防備之機會，缺點為每一區域犯罪率不均，容易造巡邏員警工作分配不均。

由上述可知，警察巡邏方式可隨情況做搭配，在固定區域內以巡邏區、指定區以彈性的巡邏時間及路線，以順線、逆線與定時、不定時交互行使，以達到完整巡視及巡察，防止為害並降低犯罪率。

### 2.1.3 車輛途程規劃問題介紹

車輛途程問題(Vehicle Routing Problem, VRP)是由 Dantzig 和 Ramser 兩位學者所提出，其問題在探討各客戶有各種不同數量的貨物需求，再由配送中心來配送至各個客戶，並派遣車隊來最配送，使其能在最短路徑、最短耗時、最小成本來滿足客戶的需求。

陳思齊 (2007)表示車輛途程問題(VRP)已被證實求解的複雜度屬於 NP-hard 的問題，表示問題的難易度會隨著時間的增加呈現指數上揚，因此無法確定能求解出最佳解。黃泊晴 (2010)表示隨著時代的演進，車輛途程問題衍生出更多種類型的問題，包括基本的車輛途程問題 (Vehicle Routing Problem, VRP)、時窗限制車輛途程問題(Vehicle Routing Problem with Time Window Constraints, VRPTW)、多車種車輛途程問題(Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, FSVRP)、週期性車輛途程問題(Periodic Vehicle Routing Problem, PVRP)、撥招車輛途程問題(Dial-a-ride Vehicle Routing Problem, DVRP)、收送貨混合型車輛途程問題(Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivering, VRPPD)等，而其主要目的都在求解車輛途程問題的最佳化。

### 2.1.4 車輛途程求解策略

車輛途程問題(VRP)一直是各類學著在探討的問題，鄧宗倫(2009)將此問題分為精確解法、傳統啟發

式法及通用啟發法三種。

(1) 精確解法 (Exact procedures):

精確解法可以求得最佳解，但求解時間會因問題規模的上升而增加，最常見的方法為：分枝界限法 (Branch and Bound)、動態規畫法 (Dynamic Programming)、切平面法 (Cutting Plane) 整數規畫法(Integer Programming)等。

(2) 傳統啟發式法 (Classic Heuristics):

傳統啟發式法為最早運用且最常用的求解法，最常見的方法可分為：路線建構之啟發法、鄰近法 (Nearest-neighbor Search)、最遠插入法 (Insert Method)、一般化指派啟式法 (Generalized Assignment Heuristic)等。

(3) 通用啟發法 (Metaheuristic):

通用啟發法為防止因起始解最佳化，導致最終解的解果受到影響，建立已全域的觀念來搜尋最佳解，最常見的方法可分為：模擬退火法(Simulated Annealing, SA)、門檻接受法(Threshold Accepting, TA)、遺傳演算法 (Genetic Algorithm, GA)等。

車輛途程問題(VRP)求解的複雜度較高，其困難點在多項式的設立有可能會出現多種解，因此想在時間內求得最佳解較為困難，也使車輛途程問題一直是各大學者所探討的問題。

### 3. 研究方法

本章節將介紹搜尋最短重覆路徑的演算法，所介紹的必行路徑皆為不連續型的線段，與一般所熟悉的連續型線段路徑有所不同，並以此探討一般道路及路徑重疊所造成的路徑問題。

首先將名詞來做解釋與定義，接著介紹我們所要探討的限制條件，然後以重覆路徑問題作問題上的說明，接著是搜尋路徑流程及重覆路徑演算法的流程介紹，並以交疊線段問題作問題上的說明，最後做路徑選擇上探討。

#### 3.1 名詞解釋

1.連續型線段: 在網格及非網格圖形中，為線段不間斷或節點相連稱之，如圖 1(a)及圖 1(b)皆為連續型線段。

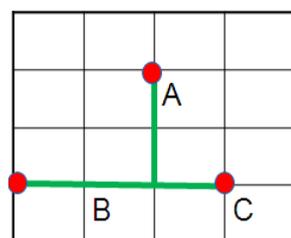


圖 1(a)路徑相連的線段

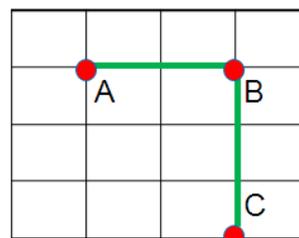


圖 1(b)節點相連的線段

2.不連續線段: 在網格及非網格圖形中，為線段及節點間未有路徑連接稱之，如圖 2(a)及 2(b)皆為非連續型線段。

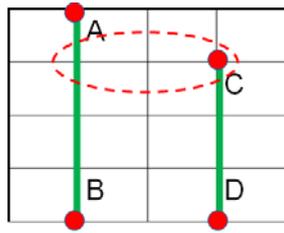


圖 2(a)節點對線

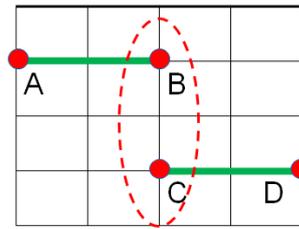


圖 2(b)節點對節點

3. Degree: 為節點的自由度，表示法為節點所交集的線段數，如圖 3(a)及 3(b)所示。

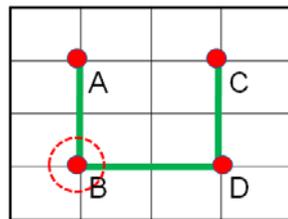


圖 3(a)自由度為 2

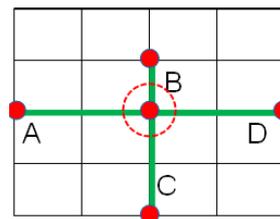


圖 3(b)自由度為 4

4. 交集點(Insterection Node): 在交疊路徑圖形中，縱軸與橫軸線段間相交集的節點，如圖 4(a)及 4(b)所示。

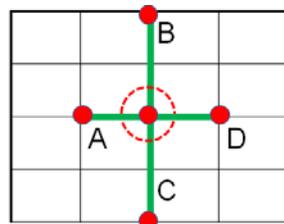


圖 4(a)交疊線段中間的  
交集點

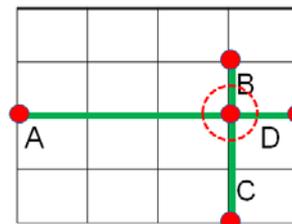


圖 4(b)交疊線段邊緣的  
交集點

### 3.2 限制條件

為了使路徑能夠符合警察巡邏路徑問題、車輛途程規劃問題及中國郵差問題，因此需設定限制條件以符合本文論點。

- (1) 路徑皆為不連續線段。
- (2) 任意節點必有偶數 degree(除起、終點除外)。
- (3) 路徑需建構在正交網格網路上。

### 3.3 問題說明

一般的節點圖如圖 5(a)，只是把各節點間相連起來使形成最短路徑如圖 5(b)，但並未考慮到個節點間是否有路徑限制，重複路徑是必須要考慮到各節點間不是每條路徑都可隨意經過，有時會因為某路徑的限制如圖 6(a)，必須要重新搜尋路徑，造成路徑需重複行走，圖 6(a) BD 線段原是連續行線段的最佳路徑，但因路徑的限制，使 BD 線段不允許通過，造成兩線段成不連續型線段且線段相互平行如圖 6(b)，使

得 AB 線段必須重新搜尋出最短且具有連接路徑的線段，並在線段中找到理想連接處，才能繼續往下個端點前進，最終使各個節點彼此連結，完成最後的端點重覆路徑圖，重新搜尋連接線段的情況必將造成路徑的重複行走如圖 6(b)，同樣若成兩條縱軸與橫軸線段如圖 7(a)，連接的線段則較為簡單，括弧地方表示需重覆的線段，圖 8(a)節點數較多時，則必須考慮到節點間重複路徑的選擇，使的路徑選擇變得更為重要，不同的路徑選擇會引響到重複路徑的多寡，圖 8(d)的重覆路徑為 1 段，因此如何搜尋出最少的重複路徑，建構出總距離最短為本文的重要課題。

3.3.1 建立 Escape graph

Escape graph 是由多條的 escape segments 組成，以終端點及障礙物的邊界以水平及垂直延伸組成，期延伸會因障礙物的邊界或延伸到所需設計的範圍邊界為止，如圖 9 所示，圖中的虛線為 escape segments，而 Escape graph 則是由這些虛線所建構的。

3.3.2 曼哈頓距離

曼哈頓距離(Manhattan distance) 是在固定的平面上，兩點間水平與垂直之距離的總和。例如在平面上，座標 (x1, y1) 的點 P1 與座標 (x2, y2) 的點 P2 的曼哈頓距離為：

$$|X_1 - X_2| + |Y_1 - Y_2| \tag{1}$$

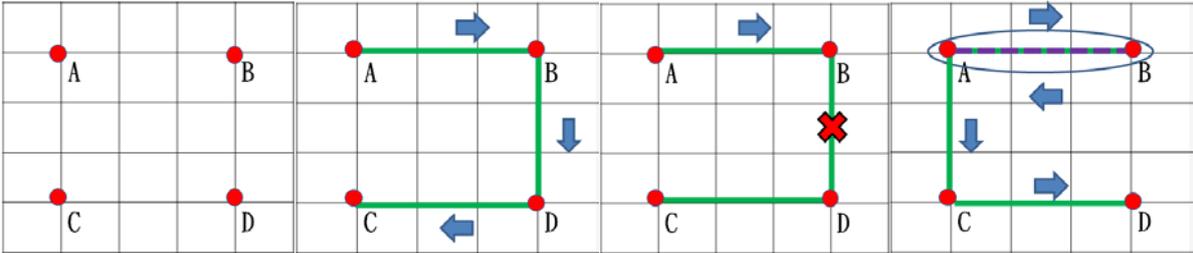


圖 5(a)端點圖      圖 5(b)傳統路徑      圖 6(a)路徑受限      圖 6(b)虛線表示重複路徑，得以往下個端點連結

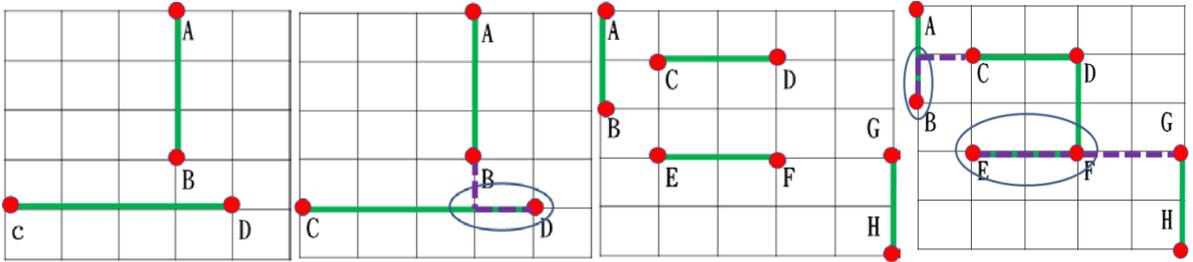


圖 7(a) 節點 n=4      圖 7(b) 重覆路徑      圖 8(a) 節點數量 n=8      圖 8(b) 重覆線段 n=2

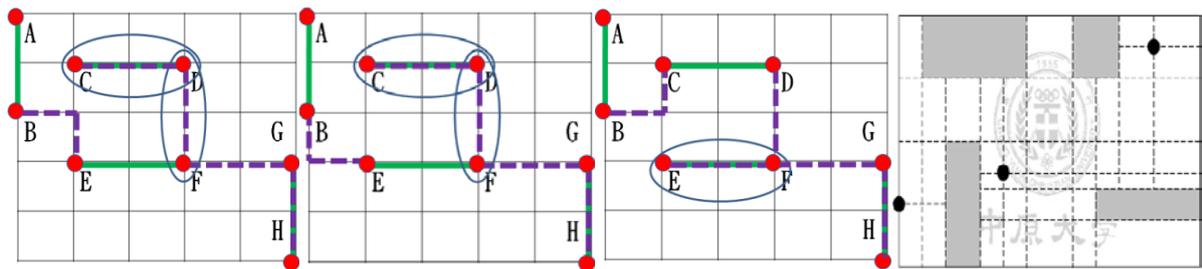


圖 8(e) 重覆線段=2

圖 8 (c) 重覆線段=2

圖 8 (d) 重覆線段=1

圖 9 Escape graph\

### 3.4 確認路徑

本文將以 10 X 10 的直角正交系統以十條不連續行線段來做介紹，首先必須確認直角正交系統中必行路徑，此路徑皆為非連續型線段，紫色節點為起、終點如圖 10(a)。

#### 3.4.1 建立可行路徑

首先確認必行路徑及各節點，以曼哈頓距離來計算出各節點至各不連續線段間(除了起、終點外)之距離，以最小數值之節點為優先選取，以此方式來建立路徑如圖 10(b)，橘色線段為建立的可行路徑，在相同數值的距離下，則選擇能使其一線段分支路徑最小，因兩分支路徑距離近，會影響到下述重複路徑的長度。

#### 3.4.2 路徑符合直角正交限制

由曼哈頓距離所建立的可行路徑，是以節點對不連續線段做路徑的建立，而本文所探討的是在直角網格網路系統中建立路徑，所以此步驟主要是把上述步驟所建構的路徑符合直角網格網路系統。

#### 3.4.3 以最小重複路徑來建構最佳路徑

在路徑圖裡，由於路徑的限制，造成路徑必須要在現有的路徑裡重複行走來完成，因此尋找最短的重複路徑來完成路徑圖為本段的課題。

因限制條件的關係，以下範例圖形，以節點 A 為起點，終點不固定，我們將介紹兩種模式 (A) 兩線段相互平行或垂直如圖 11(a)，(B) 兩條縱軸與橫軸線段如圖 12(a)，利用上述的方法來建構路徑，以曼哈頓距離來找尋出最短距離，並建立最佳路徑，圖 11(b)所建立的可行路徑為 AD 線段，再利用正交系統座標配合曼哈頓距離來找尋最短距離做為重複線段，AB 節點的距離為 3，ADC 節點的距離 7，所以選擇 AB 節點的線段做為此圖形的重複路徑如圖 11(c)及圖 11(d)，圖 11(e)為重複路徑完成圖，最佳路徑為 A→B→A→D→C，圖 12(a)也是利用上述方法來搜尋最短距離作為重複的線段，圖 12(b)以 AC 節點建構的線段為可行路徑，AB 節點的距離為 3，ACD 節點的距離為 5，因此我們選擇 AB 節點的線段為重複路徑如圖 12(c)及圖 12(d)，而圖 12(e)為重複路徑完成圖，最佳路徑為 A→B→A→C→D。

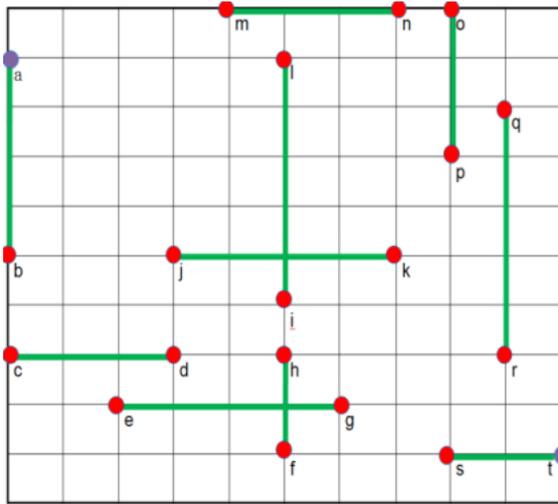


圖 10(a) 路徑圖

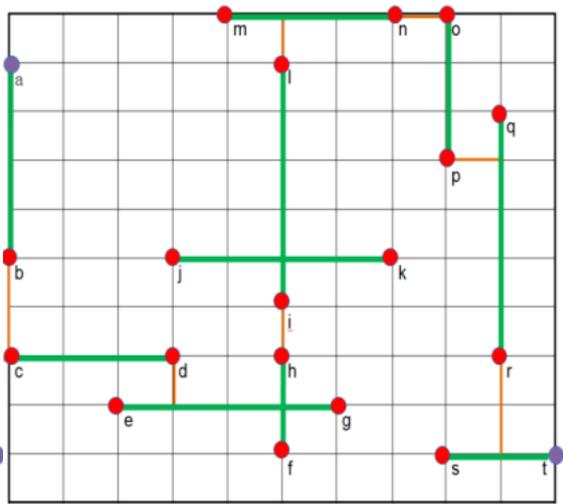


圖 10(b) 建的可行路徑

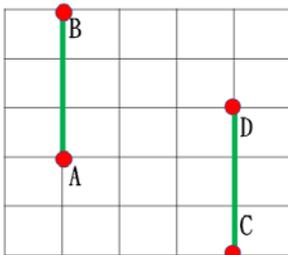


圖 11(a) 路徑圖

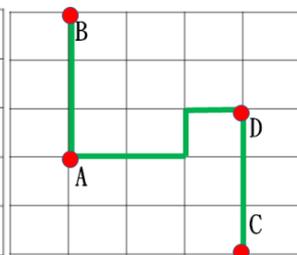


圖 11(b) 可行路徑 AD 線段

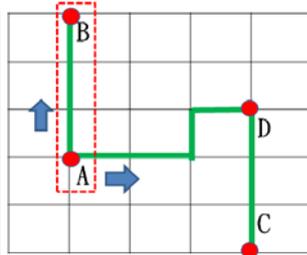


圖 11(c) AB 線段的路徑最短

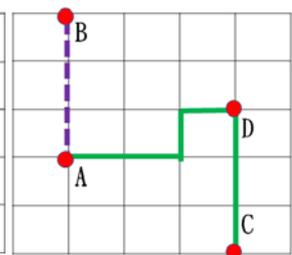


圖 11(d) 選擇 AB 線段為重複路徑

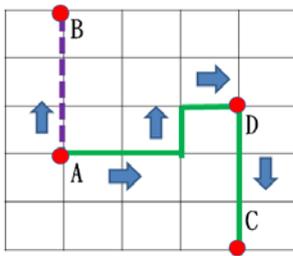


圖 11(e) 重複路徑完成圖

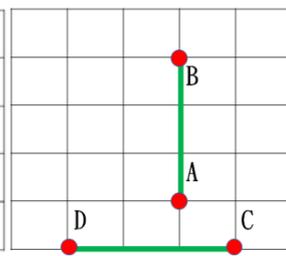


圖 12(a) 路徑圖

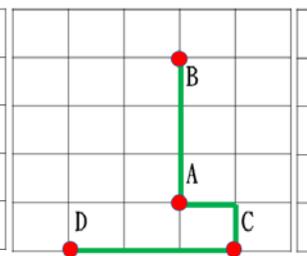


圖 12(b) 可行路徑 AC 線段最短

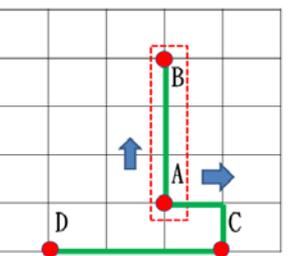


圖 12(c) AB 線段的路徑最短

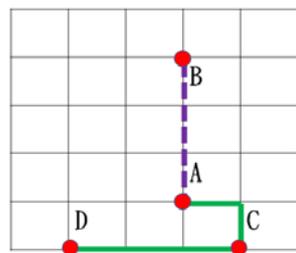


圖 12(d) 選擇 AB 線段為重複路徑

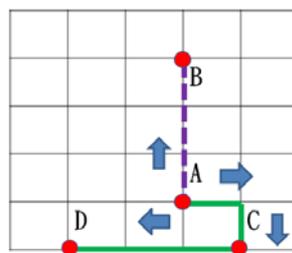


圖 12(e) 重複路徑完成圖

### 3.5 交疊線段

在面對不連續的路徑且路徑有限制時，會因為必行路徑的行走方式不同而產生出交疊，因此本文稱此為交疊線段如圖 13(a)及圖 13(b)，圖 13(a)為線段中點交疊線段，圖 13(b)為線段邊界交疊線段。

#### 3.5.1 正交四邊形繞法

以圖 13(b)為範例，以節點 a 為起點，終點不固定，若路徑並未有限制時，可用正交四邊形繞法來求解，以節點 a 為起點，終點不固定，正交四邊形繞法為防止交點(Intersection Node)產生基數的 degree，因此交疊路徑所產生的交點(Intersection Node)須先刪除然後選擇交疊線段中，可建立最小迴圈的範圍如圖 14(a)，利用節點水平及垂直擴散來建立一個新節點如圖 14(b)，搜尋並選出圖上為基數 degree 的節點，使每個節點都成為偶數(除了起、終點外)，以此來找出最短迴圈路徑如圖 14(c)，直到完成所有基數 degree 節點為止，圖 14(d)為正交四邊形繞法所建立的路徑，圖 14(e)為正交四邊形繞法的完成圖。

#### 3.5.2 正交重覆路徑繞法

以圖 13(b)為範例，以節點 a 為起點，終點不固定，若路徑有限制時，則可用重覆路徑法來求解，使用法與上述兩節點在線段的方法一樣，以曼哈頓距離來找尋出最短距離，並建立最佳路徑，ab 線段的距離與 ac 線段的距離一樣，其先走哪一線段都可，在線段交疊中，最短路徑為建利重覆路徑的範圍如圖 15(b)，確認需重複行走的線段如圖 15(c)，建構重覆路徑如圖 15(d)，圖 15(e)為重複錄徑完成圖，最佳路徑為 a→交集點→b→交集點→c→交集點→d。

#### 3.5.3 重複路徑與正交四邊形繞法比較

上述兩種路徑法並未有差異，但面對交疊路徑的線段有較大的長度差異時，總路徑長將會有所差異，以圖 16(a)路徑圖為範例，以節點 a 為起點，終點不固定，以上述方法來建構正交四邊形繞法的最小迴圈路徑及證交重覆路徑繞法的最小重複路徑如圖 16(b)，圖 16(c)為兩方法的重複路徑完成圖。由圖 16(b)及 16(c)可知，正交四邊形繞法的總路徑長為 11cm，重覆路徑的總路徑長為 10cm，正交四邊形繞法會因新節點的建構，導致行走道不必要的線段，為了防止此狀況，本文在交疊線段上皆使用重覆路徑繞法。

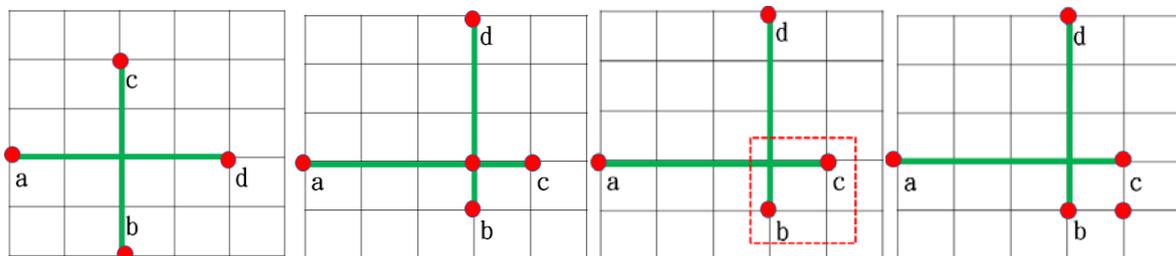


圖 13(a)為線段中點交疊線段

圖 13(b)為線段邊界交疊線段

圖 14(a)選擇範圍

圖 14(b)建立新節點

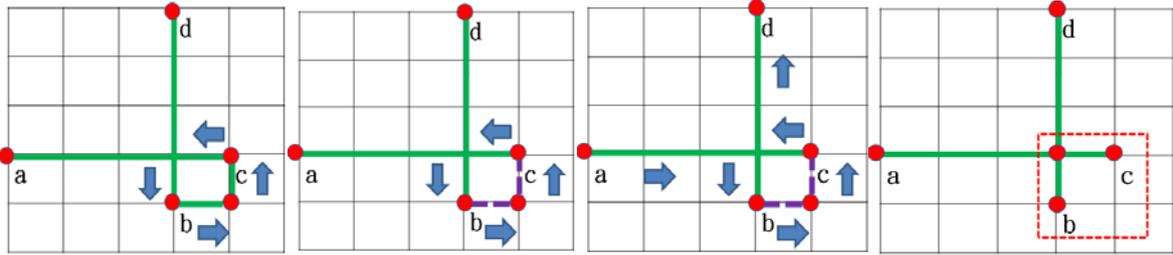


圖 14(c)建立迴圈路徑

圖 14(d) 建構正交四邊形繞法

圖 14(e) 正交四邊形繞法完成圖

圖 15(a) 選擇範圍

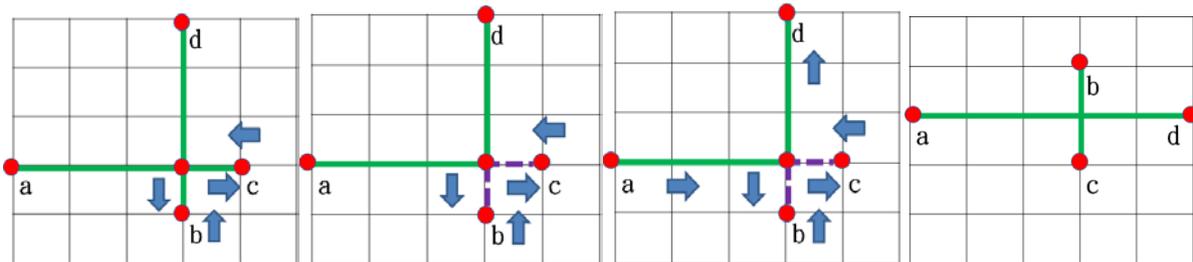


圖 15(c) 確認重複線段

圖 15(d)建構重複路徑

圖 15(e) 重複路徑完成圖

圖 16(a) 路徑圖

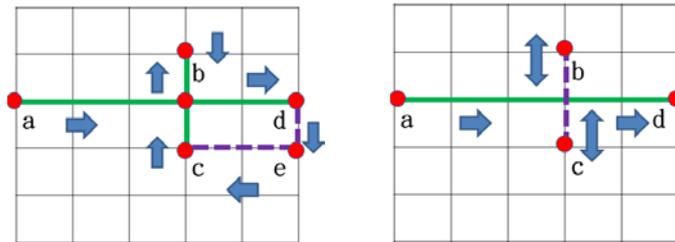


圖 16(b) 正交四邊形繞法完成圖

圖 16(c) 正交重複路徑完成圖

## 5. 實驗與討論

### 4.1 範例討論

首先本文將對於前面章節所討論的問題及限制，利用一個範例圖形來做實際上的運算，如下方圖 17 為一個 20cm\*20cm 的格子圖裡，圖形中不連續線段數為 15 條，而本範例圖形中之起、終點皆不固定且隨機採用，將利用前面章節所提出的搜尋最短重複路徑演算法來做實際上的計算，首先假設左上方邊角(紫色)節點為路徑圖的起點，左上方(紫色)節點為路徑圖的終點，綠色線段為不連續的必行路徑。

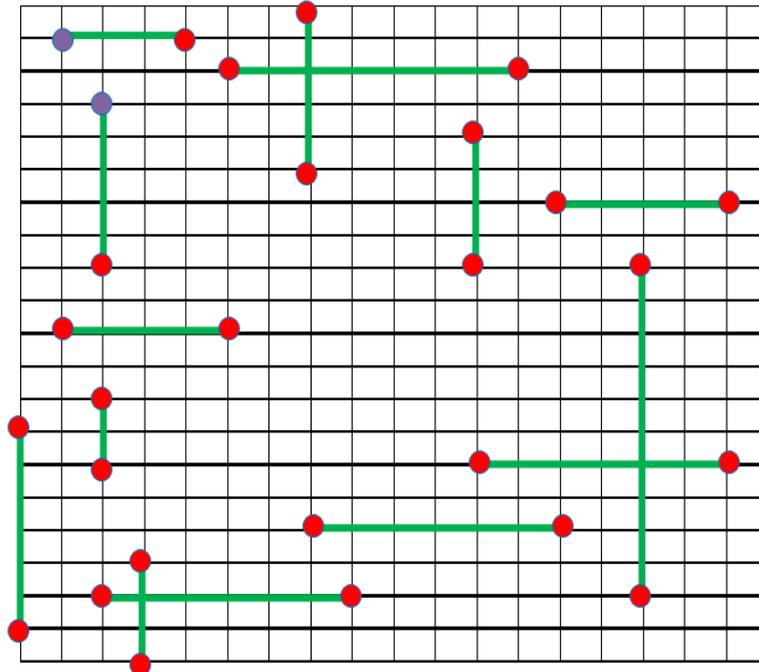


圖 17 範例圖線段=15

#### 4.2 重覆路徑之交集點

經由前面章節中所說明的不連續型線段之最短重覆路徑演算法步驟，我們在圖 18 中可以看到，紫色節點為路徑圖的起、終點，綠色線段為不連續的必行路徑，橘色線段為建構的可行路徑。

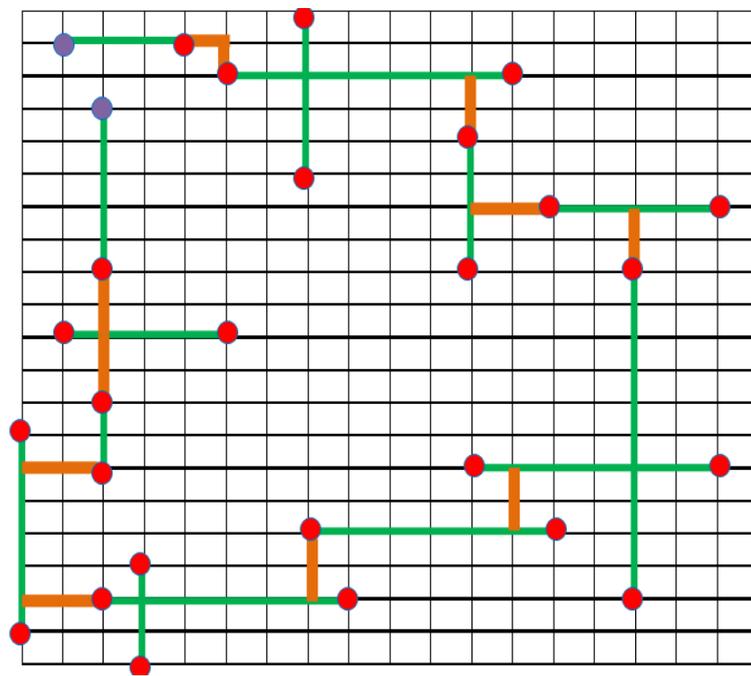


圖 17 範例圖線段=15

#### 4.3 最短重覆路徑完成圖

如圖 19 是利用搜尋最短重覆路徑演算法計算得知，在  $edge=15$  之下，在不連續型線段中，其最短重覆路徑圖繞法如圖 15 所示，紫色節點為路徑圖的起、終點，綠色線段為建構的路徑圖，紫色虛線則為需重覆行走的路徑。

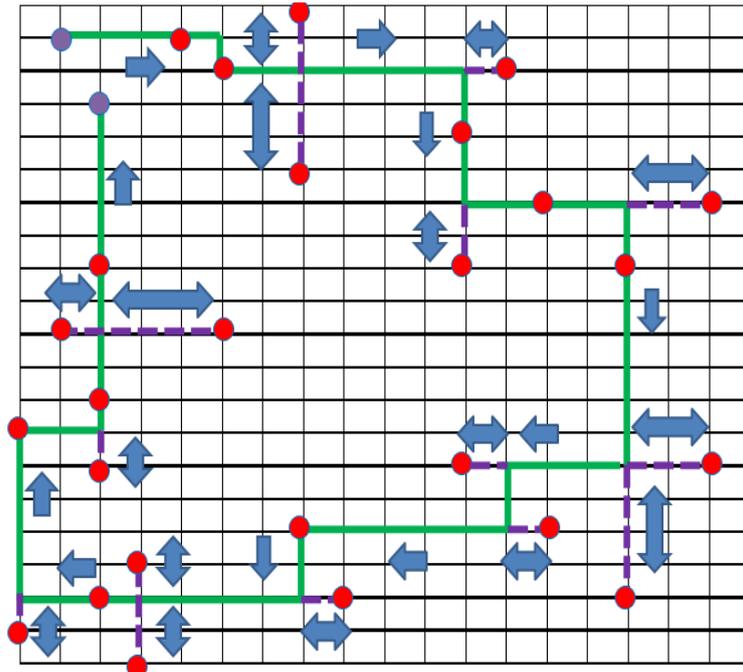


圖 17 範例圖線段=15

## 6. 結論

經由上面範例圖中的 15 條不連續型線段圖形裡運算得知，在限制必行路徑中，以重覆路徑最少為首要條件下，得到了逼近解，由於與連續型線段的最短路徑演算條件不同，雖然不能更有效縮短距離，但所提出的新演算法卻更能符合生活中所遇到的重覆路徑問題。

## 參考文獻

- 尤國楨 (2002)，警察巡邏管理制度之研究：以臺北縣警察局為例，中國文化大學政治研究所，碩士論文
- 王建亞、游清柱、陳海燕、陳志超 (2007)「利用基因演算法解決警用巡邏箱選址問題-以台中市立人派出所為例」，中華民國九十六年全國計算機會議，台中，中華民國，十二月二十，二十一
- 郭文川 (2001)，結合 PERT 與 TSP 方法於巡邏路線選定之研究—以南投縣警察局之星分局為例，中英警察大學叢刊
- 許聖臣 (1981)，警察勤務，中央警官學校出版 12 月出版
- 陳思齊 (2007)，巡邏車輛途程問題，國立中央大學土木工程學系，碩士論文
- 黃泊晴 (2010)，人工智慧最佳化於警車巡邏問題之研究，虎尾科技大學工業管理系研究所，碩士論文
- 張永泰 (2007)，應用於系統晶片設計之有效避免障礙物的直角化最小史坦那樹建構演算法，中原大學資訊工程學系，碩士論文
- 蔡崑佑 (2009)，警察巡邏路線之研究，朝陽科技大學建築及都市設計研究所，碩士論文
- 鄧宗倫 (2009)，應用人工智慧法於最佳消毒作業之十時窗限制車輛途程問題，虎尾科技大學工業管理系研究所，碩士論文
- L. Bodin, B. L. Golden, A. Assad, M. Ball, "Routing and Scheduling of Vehicle and Crew: The State of Art", Special Issue of Computers and Operations Research 10:2, 63-211, 1983.
- Li, H. and Lim, A., "A Metaheuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows," 13th IEEE

International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI' 01), Pages: 160-167, 7-9 Nov. 2001.

P. M. Thompson, H. Psaraftis, "Cyclic Transfer Algorithms for Multi-Vehicle Routing and Scheduling Problems" ,  
Operations Research 41, 935-946, 1993.

# **The study of repeat routing around disconnected line segments under rectangular mesh networking system**

shih-shiuan Tsui<sup>1\*</sup> jyun-ping Huang\*

National Formosa University Institute Of Industrial Engineering And Management

(No.64, Wunhua Rd., Huwei Township, Yunlin County 632, Taiwan)

[sam780111@hotmail.com](mailto:sam780111@hotmail.com)

## **ABSTRACT**

The search of the shortest routing path around disconnected line segments is studied in this research. This problem is different from the traditional post man problem since the touring segments are disconnected and constrained in an orthogonal system. A new algorithm is proposed to solve this type of problems in this research. The essence of the proposed algorithm is to minimize the total length of repeated paths. The efficiency analysis of the proposed algorithm is also included.

*Keywords: Shortest routing · Vehicle Routing Problem · Police Patrol Routes*